

SOLUÇÃO ANALÍTICA DO MODELO DE UM EXTRATOR INDUSTRIAL DE ÓLEO DE SOJA

Robson L. Almeida¹, Mauro A. S. S. Ravagnani², Aparecido N. Módenes¹

¹Engenharia Química, UNIOESTE, Rua da Faculdade, 2550, Jardim La Salle, 85.903-000, Toledo, Paraná, Brasil. E-mail: modenes@unioeste.br

²Depto. de Engenharia Química, UEM, Av. Colombo 5790, 87020-900, Maringá, Paraná, Brasil, E-mail: ravag@deq.uem.br

Resumo: O objetivo deste trabalho foi encontrar uma solução analítica para um modelo matemático que descrevesse extração de óleo de soja em extratores de esteira horizontal. Um modelo da literatura foi utilizado. As equações diferenciais parciais do modelo escolhido descrevem a transferência de massa em leito fixo e podem ser aplicadas na modelagem da extração de cada estágio de extratores de esteira horizontal. A solução analítica geral foi obtida com o auxílio de ferramentas computacionais. Essa solução, no entanto, não satisfaz todas as condições de contorno e inicial propostas no modelo. A simplificação do sistema analisado e a utilização de algumas condições de contorno tornaram possível a obtenção de uma solução específica para a extração em extratores de esteira. Essa solução pode ser aplicada para extratores de esteira horizontal sem recirculação de solvente e, com algumas adaptações, para extratores rotatórios. O uso das soluções na forma analítica apresenta grandes vantagens. A aplicação direta dessas soluções dispensa a necessidade do uso de programas computacionais ou dos trabalhosos cálculos numéricos para cada simulação. Isto facilita o trabalho dos engenheiros de processo e permite uma análise potencial, simples e rápida das variáveis envolvidas no processo, sejam operacionais ou de projeto.

Palavras Chave: Extração sólido-líquido, Óleo de soja, Hexano, Extrator de esteira.

Introdução: Numa extração de óleo de soja, em todo o processo depende diretamente dos as condições de trabalho do extrator são parâmetros de operação do extrator. O que determinantes para o equilíbrio da planta. Isto quer dizer que, em um caso em que seja porque a quantidade de solvente que circula necessária uma grande quantidade de

solvente em circulação pelo equipamento, toda a planta deverá estar preparada para o processamento desta quantidade. Se isso não ocorrer, as perdas de solvente para a atmosfera, estação de tratamento de água ou mesmo por arraste com os produtos, serão muito grandes e inviabilizariam economicamente o processo de fabricação. Justificativas para estudos que foquem a obtenção de soluções analíticas para extratores de óleo de soja com esteiras podem ser encontradas analisando os seguintes aspectos:

1. A totalidade das extrações de óleo de soja com solvente no Brasil, seja de pequeno ou grande porte utilizam extratores De Smet, Crown, Lurgi e Krupp, modelos contínuos de esteira ou caçambas;
2. Os modelos matemáticos existentes para essa extração são complexos e normalmente não possuem solução analítica exata. Isto torna o uso de programas computacionais de solução numérica obrigatórios.
3. A existência de um modelo de extração que, além de representar adequadamente o processo, possua uma solução analítica, dispensa a necessidade de programas

computacionais ou de trabalhosos cálculos numéricos a cada simulação realizada. Isto facilita o trabalho dos engenheiros de processo e permite uma análise potencial, simples e rápida das variáveis envolvidas no processo, sejam operacionais ou mesmo de projeto.

Metodologia: Um dos primeiros modelos que abordou, de uma forma totalmente matemática, extração sólido-líquido em extratores de esteira foi proposto em Spaninks e Bruin (1979b). Esse modelo é aplicado no cálculo de transferência de massa em leito móvel em estado estacionário e se baseia na analogia entre fluxos de contato cruzado e coluna de processo estacionária. As equações diferenciais parciais que descrevem a transferência de massa em leito fixo foram desenvolvidas em Spaninks e Bruin (1979a) e são usadas para descrever a extração em cada estágio do extrator. Considerou-se como condições simplificadoras para a geração desse modelo a extração em estado estacionário, o líquido em fluxo empistonado e sem a formação de caminhos preferenciais pelo leito móvel de partículas sólidas, a temperatura do leito e as propriedades físicas e químicas do líquido e do sólido como constantes, e que existe uma relação linear entre as concentrações de equilíbrio. O

sistema de equações diferenciais parciais obtido é mostrado abaixo:

$$\frac{v_b Sh}{L} \frac{\partial c}{\partial y} + \frac{\phi_E}{H} \frac{\partial c}{\partial x} = k_c a B(mw - c) \quad (1)$$

$$\frac{v_b S}{L} (1-h) \frac{\partial w}{\partial y} = -k_c a B(mw - c) \quad (2)$$

com as condições de contorno:

$$\text{em } y = 0, \quad w = w_0(x) \text{ e } c = c_0(x) \quad (3)$$

$$\text{em } x = 0, \quad c = c_{ent}(t) \quad (4)$$

$$w(y, x) = c_1 \exp\left(\frac{c_2(q + c_2 + qRm)}{u(q + c_2)} x\right) \exp\left(-\frac{c_2 q R m}{q + c_2} y\right) \quad (5)$$

$$c(y, x) = \frac{mq}{q + c_2} c_1 \exp\left(\frac{c_2(q + c_2 + qRm)}{u(q + c_2)} x\right) \exp\left(-\frac{c_2 q R m}{q + c_2} y\right) \quad (6)$$

Sendo, c_1 e c_2 constantes de integração e

$$u = \frac{\phi_E L}{v_b V h} \quad (7)$$

$$q = \frac{k_c a}{v_b h} \quad (8)$$

$$R = \frac{h}{1-h} \quad (9)$$

A descrição detalhada do método matemático utilizado pelo programa para a solução deste e de outros tipos de sistemas de equações diferenciais parciais, pode ser encontrada em cheb-terrab e Bulow (1995).

A solução obtida é não linear nas constantes, não sendo possível a determinação analítica das mesmas utilizando as condições adotadas em Spaninks e Bruin (1979a). Esse é um caso

Esse sistema deve ser resolvido, numérica ou analiticamente, para que os perfis de concentrações na fase sólida e fase líquida sejam obtidos.

Resultados e Discussões: Utilizando ferramentas computacionais oferecidas pelo *software* Maple® da Waterloo Maple Inc. a seguinte solução geral para este conjunto de EDP's é obtida:

semelhante ao apresentado em Klinkenberg (1954), na qual a solução analítica para um sistema importante, com forma parecida ao formado pelas equações (1) a (4), foi procurada por vários pesquisadores e as soluções se mostraram insatisfatórias e sujeitas a avaliações numéricas. As soluções apresentadas para o sistema foram em termos de integral da função de Bessel, solução pelo método de equações em diferenças finitas, expansão em séries e aproximação assintótica por função erro. Todos esses métodos de solução têm como resultado uma série que deve ser truncada, e portanto, geraram soluções aproximadas. As Equações (5) e (6) são soluções para os perfis de concentração

na fase sólida e fase líquida para um único estágio de um extrator de esteira. Para extratores de esteira sem recirculação de solvente, mostrado na Figura 01, todo o leito pode ser tomado como um único estágio, desde que se considere que a concentração

na saída de cada estágio é muito próxima da homogeneidade, a mistura nas comportas é perfeita e que não há qualquer outra entrada de solvente numa comporta, seja vindo de outra comporta adjacente ou de gotejamentos de alguma outra área do leito.

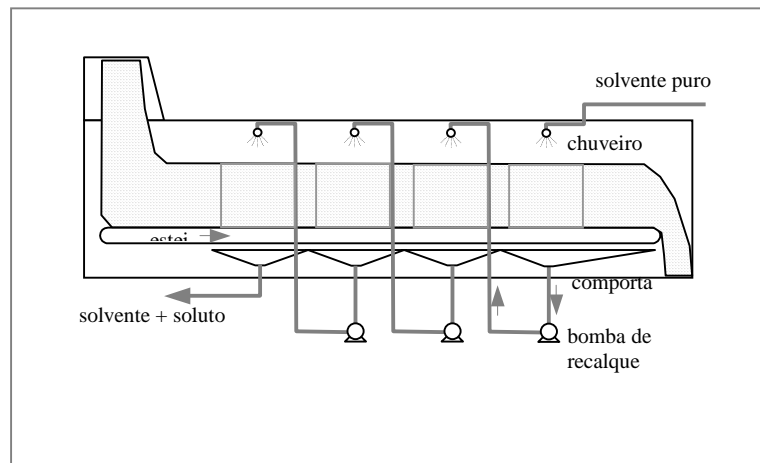


Figura 01 – Extrator de esteira sem recirculação de solvente

Na prática essas suposições não acarretam erros consideráveis nos cálculos de engenharia. A Figura 02 mostra o esquema de fluxo para esse tipo de extrator dentro das considerações mencionadas.

Considerando que na extremidade do leito onde há a entrada de material, em $y = 0$, a concentração de soluto no ponto $x = 0$ é w_0 , que é a concentração da massa fresca.

Neste mesmo ponto, o solvente que sai do leito tem uma concentração conhecida c_{sai} .

Esse solvente, após passar pela última

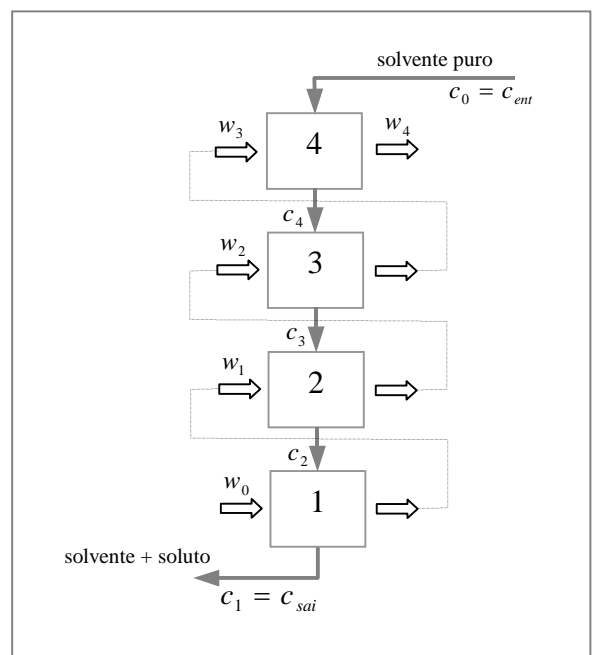


Figura 02 – Esquema de fluxos de um extrator considerando todo o leito como um único estágio

comporta, sai do extrator e é bombeado para a etapa de separação da fábrica. Assim,

$$w(0,0) = w_0 \quad (10)$$

e:

$$c(0,0) = c_{sai} \quad (11)$$

Para a obtenção dos perfis de concentração na superfície do leito, para a fase sólida e para a fase líquida (solvente), considera-se $x = 0$ nas soluções gerais (5) e (6). Pode-se, também, relacionar diretamente concentrações com o tempo de extração, t_{ext} , em vez da distância y , como é comum na

A vantagem de utilizar o tempo de extração em vez da posição no extrator consiste no fato de que, para uma análise de dados ou projeto, não é necessário saber as dimensões do extrator nem a velocidade da esteira. A maioria das tabelas de extração, de publicações científicas ou de catálogos de fabricantes de extratores, relaciona diretamente as concentrações do leito com o tempo de extração. Para um determinado projeto, somente após a especificação da capacidade de processamento desejada e do tempo de extração necessário para a obtenção de um determinado soluto residual na massa extraída, especifica-se as dimensões do equipamento.

indústria, para extratores de percolação tem-se que:

$$y = v_b t_{ext} \quad (12)$$

Resolvendo as condições (10) e (11) com as soluções gerais (5) e (6), considerando $x = 0$ nas equações resultantes e expressando as equações resultantes em função do tempo de extração pela Equação (12), tem-se:

$$w(y) = w_0 \exp\left(-\frac{k_c a(mw_0 - c_{sai})}{w_0(1-h)} t_{ext}\right) \quad (13)$$

e:

$$c(y) = c_{sai} \exp\left(-\frac{k_c a(mw_0 - c_{sai})}{w_0(1-h)} t_{ext}\right) \quad (14)$$

Conclusões: O modelo matemático utilizado neste trabalho não tem solução analítica exata para a condição inicial e as condições de contorno dadas, sendo necessário o estabelecimento de condições arbitrárias para que soluções analíticas pudessem ser determinadas. A solução determinada neste trabalho possui aplicação específica para o extrator abordado, dentro das condições em que as mesmas foram geradas. A solução para leito móvel pode ser aplicada para extratores de esteira horizontal sem recirculação de solvente e, com algumas adaptações, extratores rotatórios. O uso das soluções na forma analítica apresenta grandes vantagens, a aplicação direta dessas soluções dispensa a necessidade do uso de programas

computacionais ou dos trabalhosos cálculos numéricos para cada simulação. Isto facilita o trabalho dos engenheiros de processo e permite uma análise potencial, simples e rápida das variáveis envolvidas no processo, sejam operacionais ou de projeto.

Nomenclatura:

a	área superficial das lâminas por unidade de volume, m^2/m^3
B	largura do leito, m
c	concentração mássica de soluto da fase líquida, kg/m^3
h	fração de vazio, adimensional
H	comprimento do leito, m
k	coeficiente de transferência de massa, m/s
L	altura do leito, m
m	coeficiente angular da curva de equilíbrio, adimensional
q	grupo dimensional, $(k_c a)/(v_b h)$, $1/m$
R	taxa de distribuição, adimensional
S	área da seção do leito móvel perpendicular aos sólidos, m^2
t	tempo, s
u	grupo dimensional, $(\Phi_E L)/(v_b h)$, m^3
v	velocidade, m/s
y	distância da entrada de sólidos, m
w	concentração mássica de soluto na fase sólida, kg/m^3

Símbolos gregos

ϕ	Vazão volumétrica de solvente, m^3/s
--------	--

Subscritos

b	esteira
c	base líquida

E	líquido extrativo, solvente ou micela
ent	valor de entrada
ext	extração
sai	valor de saída
0	valor no tempo inicial

Referências:

- Cheb-Terrab, E. S., Bulow K., (1995) A Computational Approach for the Analytical Solving of Partial Differential Equations, *Computer Physics Communications*, n. 90, pp. 102-116.
- Klinkenberg, A., (1954) Heat transfer in cross-flow Heat exchangers and Packed beds – Evaluation of equations for penetration of heat or solutes, *Engineering, Design and Process Development*, v. 46, n. 11 (nov), pp. 2285 - 2289.
- Spaninks, J. A. e Bruin, S. (1979a) Mathematical Simulation of the Performance of Solid Liquid Extractors – I: Diffusion Batteries, *Chemical Engineering Science*, vol. 34, pp. 199 - 205.
- Spaninks, J. A. e Bruin, S. (1979b) Mathematical Simulation of the Performance of Solid Liquid Extractors – II: Belt Type Extractors, *Chemical Engineering Science*, vol. 34, pp. 207 - 215.